

КЛАСИКИ ПОПУЛЯРИЗАЦІЇ НАУКИ
Математичні заманинки

Б.А. Кордемський

Усяка всячина
Книга перша



ТЕРНОПІЛЬ
НАВЧАЛЬНА КНИГА — БОГДАН

ББК 22.1я72
К66

Загальну серію “Класики популяризації науки” засновано у 2007 році

Кордемський Б.А.

К66 Усяка всячина. Книга перша: Пер. з рос. / Заг. ред. В.К. Дячуна. — Тернопіль: Навчальна книга – Богдан, 2009. — 60 с; іл. (Класики популяризації науки; Математичні заманинки).

ISBN 978-966-10-0663-7

Перша книга із серії “Математичні заманинки” майстра науково-популярної літератури Бориса Анастасійовича Кордемського — збірник математичних мініатюр: різноманітних цікавих есеїв та казок, фантазій і просто задач.

Усі, хто захоплюється математикою, — незалежно від віку — матимуть можливість потренувати мислення, кмітливість та винахідливість.

ББК 22.1я72

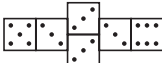
*Охороняється законом про авторське право.
Жодна частина цього видання не може бути відтворена
в будь-якому вигляді без дозволу автора чи видавництва*

ISBN 978-966-408-435-9 (серія)
ISBN 978-966-10-0663-7

© Луковцева А.К., Фохт О.Б., спадкоємці, 2005
© Кравчук А.В., Дячун В.К., переклад, 2009
© Дячун В.К., передмова, примітки, загальна редакція, 2009
© Навчальна книга – Богдан, макет, художнє оформлення, 2009

Зміст

Передмова до українського видання	5
Передмова до російського видання	7
Одного разу	8
І ще багато разів	12
Цвірінь! Цвірінь!	13
А в коробках — цукерки	14
Танечко, хочеш медяничка?.....	14
Він сказав правду	15
Жвавчик проектує	15
Лабіринт павука	16
Вас цікавить вік нападника?	17
Ноги й ніжки	17
Школа? — Так. Колба? — Ні.....	17
Амеби у колбі	18
На арені цирку.....	18
Через пустелю	18
Привілейовані місця для непарних	19
Коли отримання двійки не засмучує	19
Успіх і невдача Жвавчика	20
У перший рік ХХІ століття	21
Три розряди майстерності	21
І знову — успіх	22
Недружні сусіди.....	22
Проектуємо паркову доріжку	23
Давньоримська арифметика	23

П'ять китайнок у метро.....	23
Це там — у Танзанії.....	24
Діалог у квартирі № 8.....	24
Сюзанно! Хто твій брат?.....	25
Ну й хитрюга той Жвавчик!.....	25
Сам себе здивував.....	26
Чотири дами з чоловіками.....	26
Крапки в рядку.....	27
У поділ втручаються дужки.....	27
Про японську дівчинку Юкко.....	27
Довше, але корисніше.....	28
Практична арифметика (два жарти).....	28
Кумедні збіги.....	29
	29
Внучки — з бабусею, внуки — з дідусем.....	30
Вгадати потай вибране ім'я.....	30
Числовий трюк.....	31
Сто й одна.....	32
Фокус.....	32
Ще фокус.....	33
Вгадати число, нічого не запитуючи.....	33
Секрет системи розкладки.....	34
Мужні — ліворуч, жіночні — праворуч.....	36
«Та хоч кого збентежать питання бистрі» (А. Грибоедов).....	36
Розв'язки	39

Передмова до українського видання

Це видання — переклад книги «Математические завлекалки» Б.А. Кордемського (1907–1999 рр.), метра російської науково-популярної літератури, книги, яка, на жаль, виявилася останньою в його значному творчому доробку. А це — ціла низка різноманітних і захоплюючих книг, які, пробуджуючи цікавість до математики, сприяли вихованню математичного мислення, розвитку ініціативи та кмітливості у багатьох поколінь учнів.

У праці, в навчанні, у грі, у будь-якій творчій діяльності людині потрібні, за словами Кордемського, винахідливість, спритність, здогад, уміння міркувати, — усе те, що можна означити одним словом як кмітливість, або ж, рівноцінним, соковитим, — тямущість. Її ж, цю тямущість, можна виховати й розвинути систематичними і поступовими вправами, зокрема, розв'язуванням математичних задач як шкільного курсу, так і задач, що виникають з практики, пов'язаних із спостереженням довколишнього світу речей та явищ, — особливо ж розв'язуванням математичних головоломок, ребусів, задач з інтригуючим змістом. Можливо, в наш прагматичний час елементи «інтриги», «приваби», врешті, «заманювання» відіграють чи не найвирішальнішу роль.

Тепер ось маємо й україномовну версію математичних «заманинок» (до речі, теж своєрідний український «новотвір» — адже слово сконструйоване на основі «заманливого», тобто чогось привабливого, приємного тощо — тут і відлуння діалектної «заманки» — «принади»). У вітчизняному інформаційному просторі оприсутнюються персонажі книги: Жвавчик (в оригіналі «Шустрик») та Мимрик («Мямлік»). Перший — меткий, заповзятливий, спритний. І: розсудливий, дещо стриманий, — другий. В математиці обидва типи особистостей і, отже, підходів потрібні в однаковій мірі — бо, як правило, початкове емоційне сприйняття умови задачі (чи її «інтриги») повинно, вре-

шти, урівноважитись вдумливим, спокійним аналізом усіх можливих розгалужень та варіантів розв'язання цієї задачі.

Дві стихії (знову ж таки, за висловом Кордемського) панують в царині математики — числа й фігури з їхнім нескінченним різноманіттям властивостей і взаємозв'язків. Задача — це майже завжди пошук, розкриття цих властивостей і співвідношень, а засоби її розв'язку — це інтуїція та здогад, ерудиція й володіння методами математики. Стихія чисел і фігур, притаманна математиці, панує, отже, на кожній сторінці кожної із книг цієї серії — починаючи від «усілякої всячини», проходячи через «галерею казок і фантазій», переживаючи «події та пригоди на стежинках математики», розкриваючи «маленькі таємниці чисел та фігур» і, врешті, «роблячи відкриття».

Особливої уваги заслуговує так звана «поетикоарифметика», розсипана по усьому тексті — це і вірші, поетичні уривки, епіграфи, заголовки тощо. На перший погляд, цей «калейдоскоп» може видатись строгому математику зайвим чи надто «переобтяженим поезією» — проте, заглибившись у цей поетичний світ чисел та фігур, мимоволі зачаровуєшся магією цієї стихії. Звичайно ж, адекватність перекладу вимагала досить доскіпливого підходу до поетичних текстів, написаних в різні епохи людської історії та й у досить відмінних стилях. Інколи це вимагало до «примітивного» версіфікування знаходити такі ж адекватні «примітивності» або ж на уже зроблений переклад з інших мов російською в оригіналі «накладати» український переклад.

Загалом, певні удосконалення розв'язків задач (і це відображено у відповідних примітках), усунення деяких помилок та неточностей, а також проведена стилістична правка тексту, на нашу думку, тільки розширить коло зацікавлених українських читачів цієї захоплюючої книги «заманинок».

В.К. Дячун

Передмова до російського видання

Лише забавляючись і вчимося.

Анатоль Франс

Пропоновані тут математичні мініатюри — цікаві есеї й казочки, фантазії та просто задачі, легкі й важкі, але завжди загальнодоступні, такі, що тренують і шліфують власне мислення, — об'єднані загальною назвою “заманинки”. Звідси й мета книги — улюбити вас, читачів, у найдавнішу, проте вічноквітучу науку — математику, світ якої, не менше, ніж світ живої та неживої природи, повен нерозгаданих і розгаданих таємниць, дивовижних і драматичних явищ, захоплюючих подій та вражаючих відкрить.

Творча активність, спритність, винахідливість та кмітливість досягають найвищої напруги та отримують зразкове тренування, коли думка захоплена прагненням розв'язати задачу, котра зацікавила. Знайдений розв'язок або навіть читання викладеного дотепного розв'язку завжди викликають розумове задоволення, естетичну насолоду.

Легкий гумор фабули, несподіваність ситуації чи розв'язки, спричинюваних розв'язанням задачі, стрункість геометричних форм, вишуканість розв'язку, під яким розуміють поєднання простоти й оригінальності методів його одержання — ось основні елементи естетики цікавих задач “на кмітливість”, і такі от збудники сил притягання уваги думуючої людини.

Пропонована книга “заманинок” безпосередньо не вчить математиці, але в години вашого активного відпочинку зможете поблукати стежинками математики, піднятіся по сходинках пізнання від нижчої: досвіду, споглядання, накопичення спостережень — до подальшої: розуміння теоретичних основ споглядуваного матеріалу, висновків зі спостережень. Бажаю успіху!

Б.А. Кордемський

А скринька просто відкривалась.*

І.А. Крилов

Це — у байці дідуся Крилова. Наша «скринька» з нехитрими, а часом і хитромудрими «заманинками в математику» також відкриється тому, хто вдумливий, кмітливий, наполегливий у пошуках розгадки.

Одного разу ...



1. На Великдень Жвавчик подарував *три* писанки двом мамам і двом дочкам, причому кожна з них отримала по одній писанці. Як це могло бути?

2. У той же день Мимрик подарував *чотирьох* цуценят дівчинці й двом хлопчикам, але так, що ніхто з них не отримав цуценят більше, аніж інші. Як це йому вдалося?

3. Ввечері Жвавчик і Мимрик затіяли кумедну гру турами на шахівниці. У кожного в розпорядженні було не менше, ніж 4 тури. Обидва гравці по черзі ставлять тури на вільні клітинки шахівниці. Нагадаю, що тура контролює, тобто тримає під за-

* Усі віршовані тексти (власне вірші, епіграфи, заголовки, коментарі тощо) перекладені В.К. Дячуном.

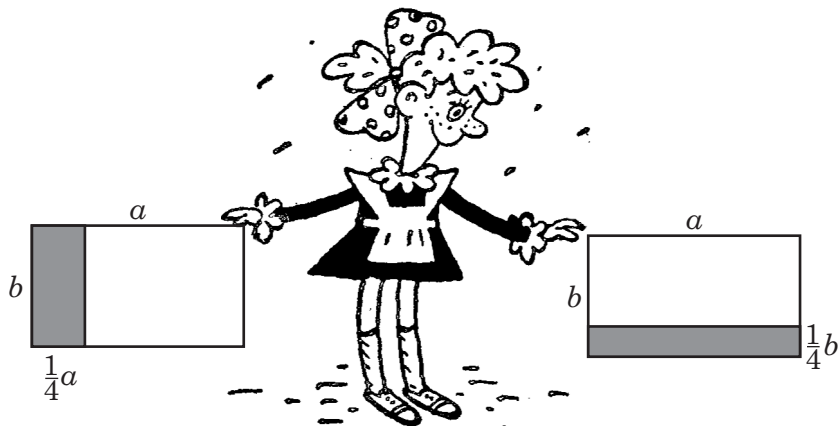
грозою «взяття» всі клітинки по вертикалі й по горизонталі, котрим належить клітинка, зайнята турою.

Виграє той гравець, після ходу якого всі клітинки шахівниці опиняться під контролем розміщених тур.

Перший хід робить Жвавчик. Придумайте таку стратегію гри, якої б дотримувався Мимрик для того, щоб напевно стати переможцем.

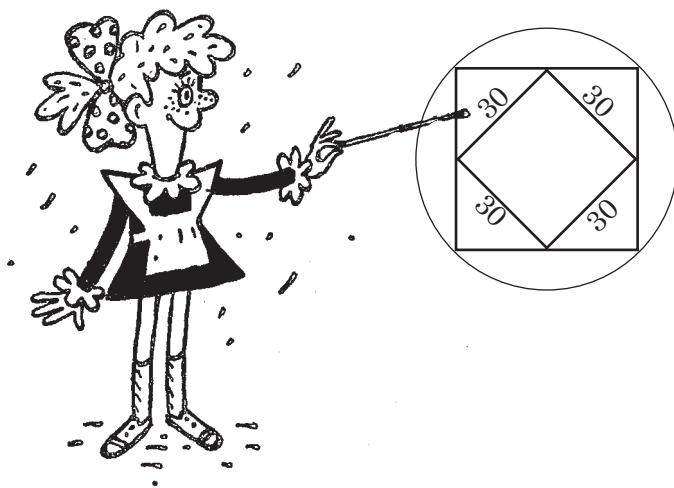
4. До хлопців, які щойно закінчили гру, підійшла Юля — сестричка Жвавчика, учениця четвертого класу. В руках вона тримала два витятих з паперу однакових прямокутники.

Ставилося за мету, відрізавши від кожного затушовані смужки, викинути їх, а один з тих клаптиків, які залиши-



лися, розрізати на *дві* частини так, щоб ними можна було повністю й точно покрити другий клаптик.

5. Поки Жвавчик і Мимрик справлялися з Юлиною головоломкою, сама ж Юля взялася розв'язувати іншу геометричну задачу, запропоновану їй вчителькою — Наталею Георгіївною Молодих — у вигляді малюнка, на якому зображені: квадрат, вписаний у квадрат, і описане коло.



Потрібно було знайти довжину радіуса кола, якщо відомо, що сторона малого квадрата дорівнює 30 мм.

6. Трапилася загадкова подія: один батько передав своєму синові в його особисту бібліотеку 600 книг. Інший батько вчинив аналогічно й поповнив бібліотеку свого сина, передавши йому 400 книг. Коли обидва сини склали

каталоги отриманих книг, то виявилось, що їх спільний книжковий фонд збільшився лише на ... 600 книг?!

Дивно, але — факт! У чому тут справа?

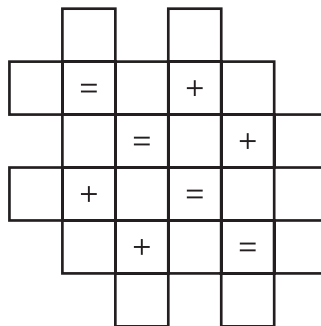
7. Теплим, весняним ранком наступного дня хлопці випустили синичок із клітки, розділеної перегородками на 9 окремих секцій. Скільки перебувало пташок у кожній секції зазначено на плані клітки (мал. справа). Дві секції, розділені спільною перегородкою, назвемо сусідніми. Сусідніми секціями є, наприклад, $\boxed{9|5}$ або $\boxed{0|6}$.

Випускали синичок на волю не всіх одразу, а у кілька заходів: вибирали довільну пару сусідніх секцій і за один захід з кожної секції випускали однакову кількість птахів. Уміло вибираючи пари сусідніх секцій, хлопці випустили всіх птахів рівно за 5 заходів. Якою була послідовність їх дій?

0	3	2
6	7	0
4	9	5

8. Мимрику хотілося, щоб усе-таки залишилися хоча б одна-дві пташки в кутових секціях клітки (див. задачу 7). Доведіть принципову нездійсненність виконання його бажання при дотриманні обумовленого порядку дій по звільненню цих синичок з неволі.

9. Юра Юркін з Краматорська — затятий противник ув'язнення пташок у клітках (див. задачі 7 і 8) — заявив: «Нехай у клітках будуть числа, а не пташки». Він пропонує заповнити порожні клітки (мал. на с. 12) парними числами від 2 до 32 так, щоб отримати правильні рівності за рядками і стовпцями.



10*. Якщо ж, усе-таки, до «синиці» додати «синицю», що ж одержимо? Правильно:

$$\begin{array}{r} \text{СИНИЦЯ} \\ + \text{СИНИЦЯ} \\ \hline \text{ПТИЧКИ} \end{array}$$

Замінюючи однакові букви однаковими цифрами, різні букви — різними цифрами, досягніть правильного результату додавання двох «синиць».

І ще багато разів ...

Жвавчик і Мимрик розважали друзів сеансом вгадування кількості очок на потай взятій кимось із них плитці гри «Доміно». Нехай той із друзів, хто взяв плитку доміно з будь-якою (не нульовою) кількістю очок на її половинках, виконає (про себе!) наступні дії:

* Текст задачі перекладено В.К. Дячуном.

1) помножить на 2 кількість очок будь-якої половинки плиточки;
 2) до отриманого добутку додасть назване вами ціле число (m);
 3) отриману суму помножить на 5;
 4) до добутку додасть кількість очок другої половини плиточки. Нехай повідомить результат.

Жвавчик подумки віднімає $5m$ і повідомляє скільки очок на кожній половинці даної плиточки доміно.

Приклад. Потай взята плиточка доміно .

Назване Жвавчиком число $m = 7$.

Дії:

1) $6 \cdot 2 = 12$;

2) $12 + 7 = 19$;

3) $19 \cdot 5 = 95$;

4) $95 + 3 = 98$ — результат, повідомлений Жвавчику. Він обчислює: $98 - 5 \cdot 7 = 63$ і заявляє: «Взята плиточка доміно: ».

Дайте пояснення цьому фокусу.

Цвірінь! Цвірінь!

Випущені на волю синички відразу розлетілися. Але з вікна кімнати було видно, як на майданчик біля будинку миттєво сіли 23 синички. Через якийсь час вони усі разом спурхнули й розділилися на дві зграйки. Одна — сіла на дах сараю, друга — на тин. Потім 5 пташок перелетіли з тину на той самий дах сараю. Водночас стільки ж синичок полетіло кудись з даху. На жердині тину залишилося удвічі більше синичок, аніж на даху. Скільки синичок сіло спочатку на дах і на тин?